

# 中学数学公式一覧

Ver.1.12 (2021年5月6日作成)

## 1 計算の公式

### 1.1 交換法則・結合法則・分配法則

加法の交換法則	$a + b = b + a$
加法の結合法則	$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$
乗法の交換法則	$ab = ba$
乗法の結合法則	$abc = (ab)c = a(bc)$
分配法則	$(a + b) \times c = c \times (a + b) = ac + bc$

### 1.2 等式の性質

$A = B$  が成り立つとき、

和  $A + C = B + C$

差  $A - C = B - C$

積  $AC = BC$

商  $\frac{A}{C} = \frac{B}{C} \quad (C \neq 0)$

### 1.3 指数法則

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^m = a^m b^m$$

### 1.4 展開・因数分解

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

### 1.5 平方根

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$\sqrt{a^2} = |a| \quad (|a| \text{ は } a \text{ の絶対値})$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

### 1.6 2次方程式の解の公式

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ の解} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$ax^2 + 2b'x + c = 0 \text{ の解} \quad x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

## 2 関数の公式

### 2.1 比例

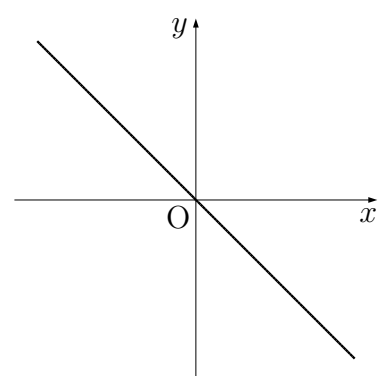
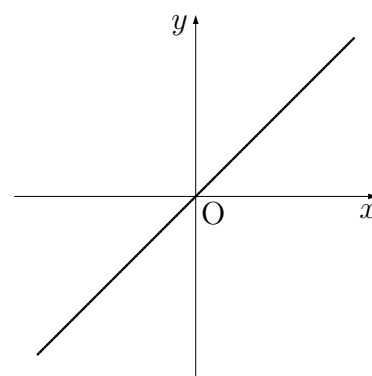
$$y = ax \quad (a: \text{比例定数})$$

### 2.2 比例のグラフ

$y = ax$  のグラフは、原点を通る直線

(1)  $a > 0$  のとき

(2)  $a < 0$  のとき



### 2.3 反比例

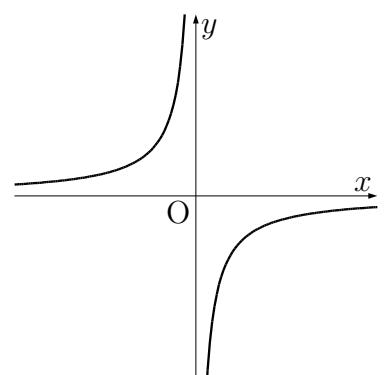
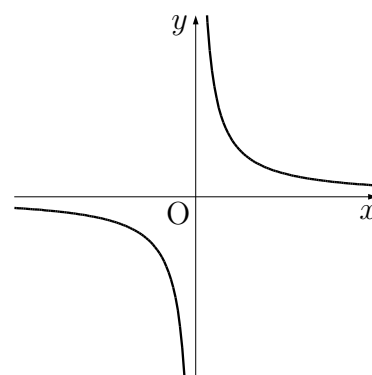
$$y = \frac{a}{x} \quad (a: \text{比例定数})$$

### 2.4 反比例のグラフ

$y = \frac{a}{x}$  のグラフは、双曲線と呼ばれる曲線

(1)  $a > 0$  のとき

(2)  $a < 0$  のとき



## 2.5 1次関数 $y = ax + b$ のグラフ

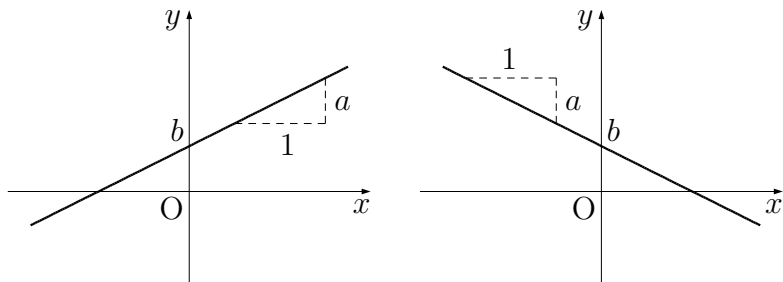
$y = ax + b$  ( $a$ : 傾き  $b$ :  $y$  切片)

2直線が平行  $\Rightarrow$  2直線の傾きが等しい

2直線が垂直  $\Rightarrow$  2直線の傾きをかけると  $-1$

(1)  $a > 0$  のとき

(2)  $a < 0$  のとき

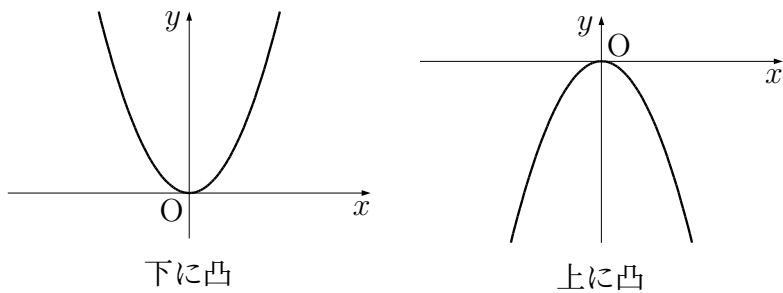


## 2.6 2次関数 $y = ax^2$ のグラフ

$y = ax^2$  のグラフは、原点を通る放物線で、 $y$  軸について対称

(1)  $a > 0$  のとき

(2)  $a < 0$  のとき



## 2.7 変化の割合

変化の割合 =  $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$

$y = ax + b$  の変化の割合 ( $x$  が  $p$  から  $q$  まで変化するとき)

$$\begin{aligned} & \frac{(aq + b) - (ap + b)}{q - p} \\ &= \frac{a(q - p) + (b - b)}{q - p} \\ &= a \end{aligned}$$

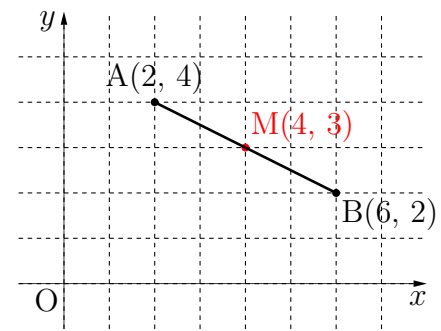
$y = ax^2$  の変化の割合 ( $x$  が  $p$  から  $q$  まで変化するとき)

$$\begin{aligned} & \frac{aq^2 - ap^2}{q - p} \\ &= \frac{a(q^2 - p^2)}{q - p} \\ &= \frac{a(q + p)(q - p)}{q - p} \\ &= a(p + q) \end{aligned}$$

$y = \frac{a}{x}$  の変化の割合 ( $x$  が  $p$  から  $q$  まで変化するとき)

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{a}{q} - \frac{a}{p}}{q - p} \\ &= \frac{ap - aq}{pq(q - p)} \\ &= \frac{a(p - q)}{pq(q - p)} \\ &= -\frac{a}{pq} \end{aligned}$$

## 2.8 中点の座標



2点  $A(x_a, y_a), B(x_b, y_b)$  の中点の座標は、

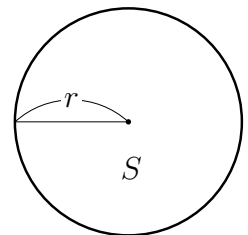
$$\left( \frac{x_a + x_b}{2}, \frac{y_a + y_b}{2} \right)$$

## 3 図形の公式

### 3.1 円

円周  $l = 2\pi r$

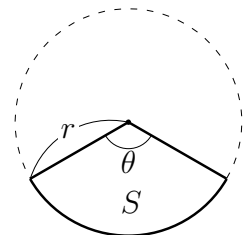
面積  $S = \pi r^2$



### 3.2 おうぎ形

弧の長さ  $l = 2\pi r \times \frac{\theta}{360}$

面積  $S = \pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$   
 $= \frac{1}{2}lr$

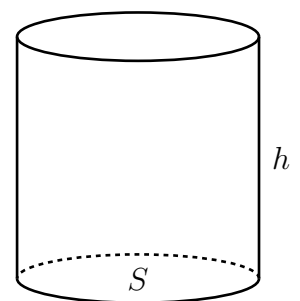
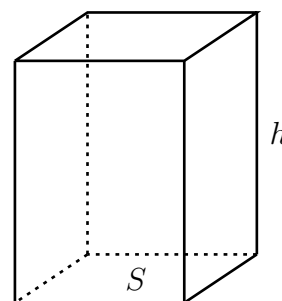


### 3.3 角柱・円柱

表面積 = 側面積 + 底面積  $\times 2$

側面積 = 底面の周  $\times$  高さ

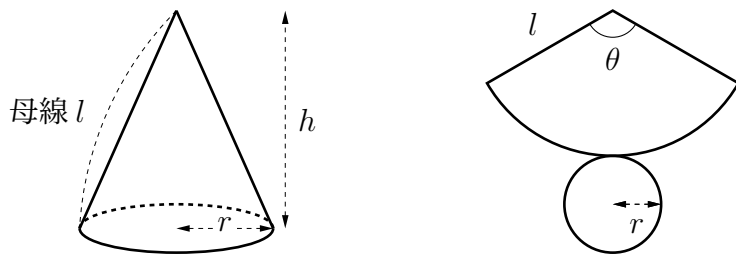
体積  $V = Sh$  ( $S$ : 底面積  $h$ : 高さ)



### 3.4 角錐・円錐

表面積 = 側面積 + 底面積

体積  $V = \frac{1}{3}Sh$  ( $S$ : 底面積  $h$ : 高さ)



中心角  $\theta$   $360^\circ \times \frac{2\pi r}{2\pi l} = 360^\circ \times \frac{r}{l}$

側面積  $\pi l^2 \times \frac{2\pi r}{2\pi l} = \pi lr$

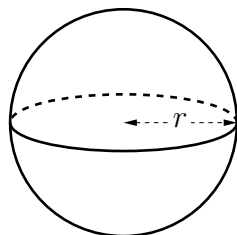
表面積 底面積 + 側面積 =  $\pi r^2 + \pi lr = \pi r(r + l)$

体積  $\frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

### 3.5 球

表面積  $S = 4\pi r^2$

体積  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$



### 3.6 平行線と角

対頂角は等しい

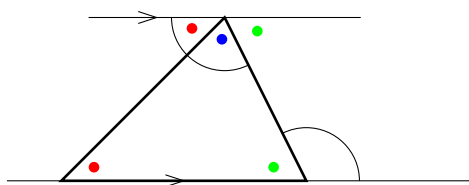
2 直線が平行  $\Leftrightarrow$  同位角が等しい

2 直線が平行  $\Leftrightarrow$  錯角が等しい

### 3.7 三角形の内角の和・外角

三角形の内角の和は  $180^\circ$

三角形の 1 つの外角は、それと隣り合わない 2 つの内角の和に等しい



### 3.8 多角形

$n$  角形の内角の和  $180^\circ \times (n - 2)$

$n$  角形の外角の和  $360^\circ$

### 3.9 三角形の合同条件

3 組の辺がそれぞれ等しい

2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

### 3.10 直角三角形の合同条件

斜辺と一つの鋭角がそれぞれ等しい

斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい

### 3.11 二等辺三角形

二等辺三角形の底角は等しい

二つの角が等しい三角形は二等辺三角形である

頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分する

### 3.12 平行四辺形の性質

2 組の対辺がそれぞれ等しい

2 組の対角がそれぞれ等しい

対角線がそれぞれの中点で交わる

### 3.13 平行四辺形になる条件

2 組の対辺がそれぞれ平行である

2 組の対辺がそれぞれ等しい

2 組の対角がそれぞれ等しい

対角線がそれぞれの中点で交わる

1 組の対辺が平行でその長さが等しい

### 3.14 三角形の相似条件

3 組の辺の比がすべて等しい

2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

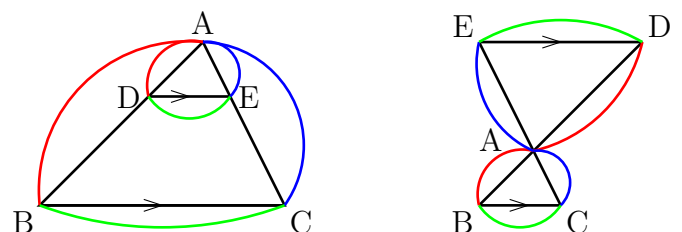
2 組の角がそれぞれ等しい

### 3.15 相似の基本

相似な三角形では、

対応する角がそれぞれ等しい

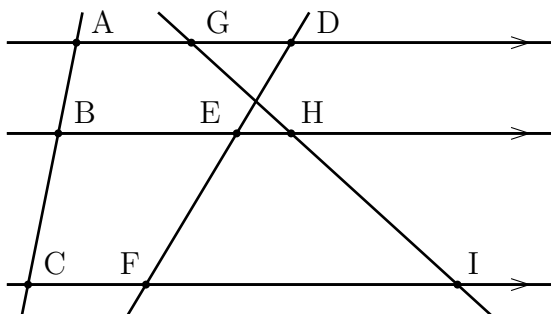
対応する辺の比がすべて等しい



$AD : AB = AE : AC = DE : BC$

### 3.16 平行線と線分の比

平行線によって分けられる線分の比はどこも等しい



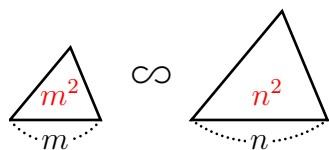
$$AB : BC = DE : EF = GH : HI$$

### 3.17 面積比・体積比

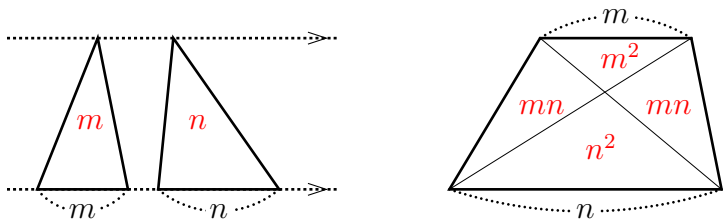
二つの図形の相似比が  $m : n$  であるとき、

面積比  $m^2 : n^2$

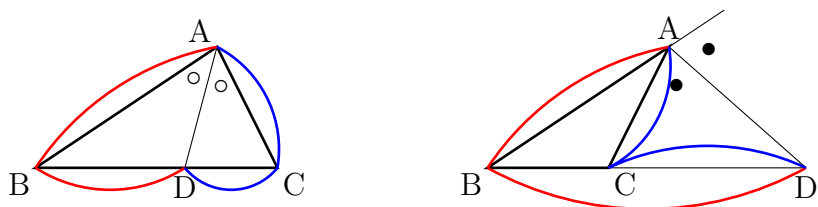
体積比  $m^3 : n^3$



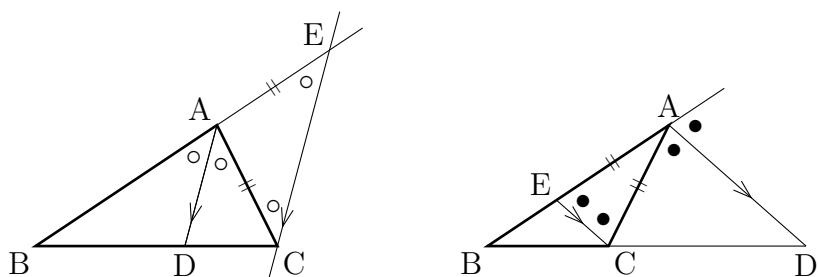
高さが同じ三角形では、  
底辺の比 = 面積比



### 3.18 三角形の内角、外角の二等分線と線分の比



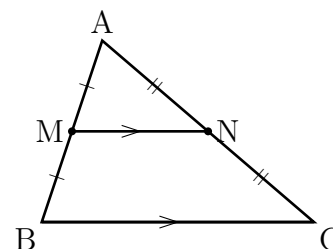
$$AB : AC = BD : DC$$



### 3.19 中点連結定理

$$MN \parallel BC$$

$$MN = \frac{1}{2}BC$$



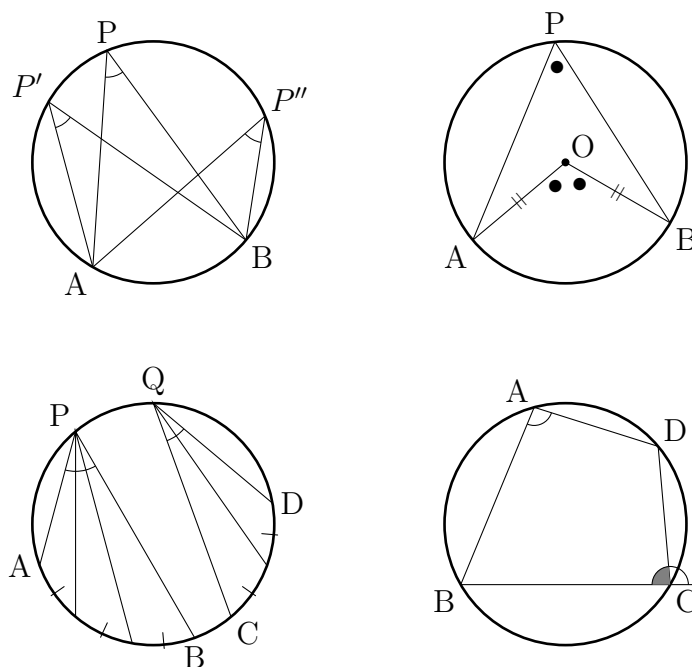
### 3.20 円周角の定理

同じ弧に対する円周角は等しい

同じ弧に対する中心角は円周角の 2 倍

円周角・中心角の大きさは弧の長さに比例

円に内接する四角形の対角の和は  $180^\circ$



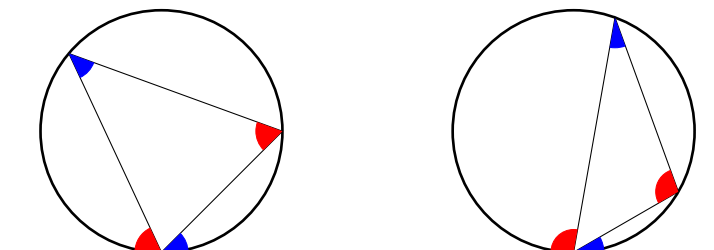
### 3.21 円の接線・弦

円の接線は接点を通る半径に垂直

円の弦の垂直二等分線は円の中心を通る

円外の点から円に引いた接線の長さは等しい

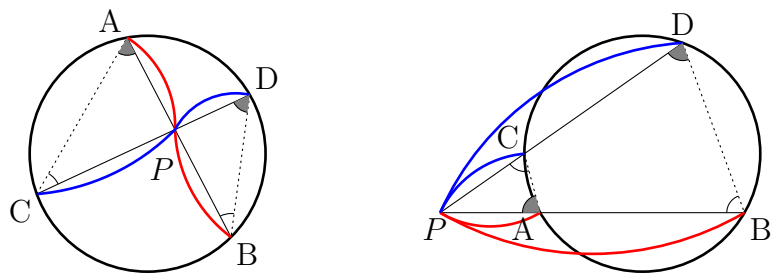
### 3.22 接弦定理



接線と弦の作る角 = 円周角

### 3.23 方べきの定理

平行でない2直線が円とそれぞれ2点で交わる時



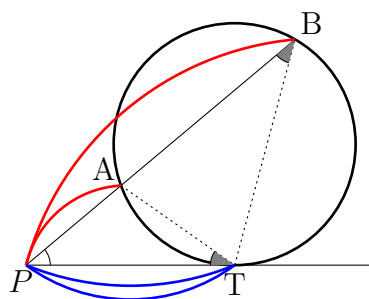
円周角の定理、および、対頂角が等しいことから

$\triangle PAC \sim \triangle PDB$  なので

$$PA : PD = PC : PB$$

$$\therefore PA \times PB = PC \times PD$$

平行でない2直線のうち、1本が円と2点で交わり、もう1本が円と接するとき



接弦定理、および、 $\angle P$  は共通なので

$\triangle PTA \sim \triangle PBT$

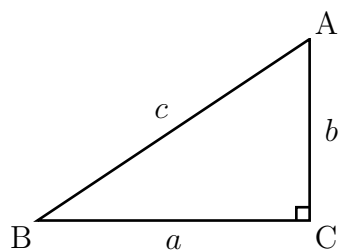
従って  $PT : PB = PA : PT$

$$\therefore PA \times PB = PT^2$$

### 3.24 三平方の定理

直角三角形の斜辺の2乗は、その他2辺の2乗の和になる

$$a^2 + b^2 = c^2$$



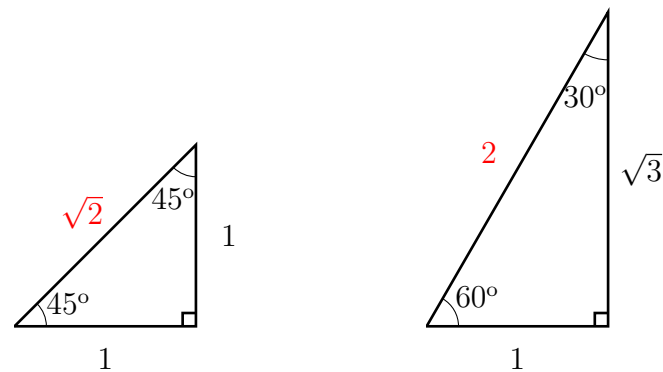
### 3.25 ピタゴラス数

$a^2 + b^2 = c^2$  を満たす正の整数の組  $(a, b, c)$  のことを、ピタゴラス数と呼ぶ

ピタゴラス数は無限個存在する

$$(a, b, c) = (3, 4, 5), (5, 12, 13), (7, 24, 25), (8, 15, 17), \dots$$

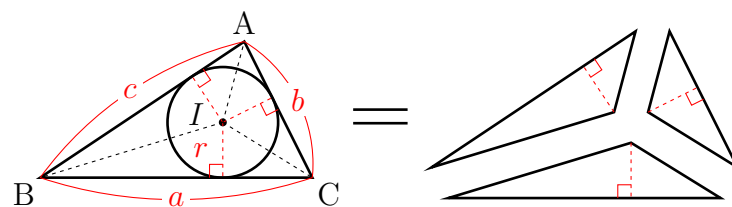
### 3.26 特別な直角三角形の辺の比



### 3.27 三角形に内接する円の半径

$\triangle ABC$  の面積を  $S$ 、 $\triangle ABC$  の内接円の半径を  $r$  とすると、

$$r = \frac{2S}{a + b + c}$$

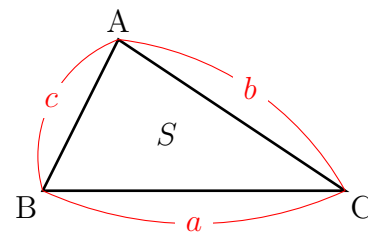


### 3.28 ヘロンの公式

3 辺の長さが  $a, b, c$  の三角形の面積  $S$  は、

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

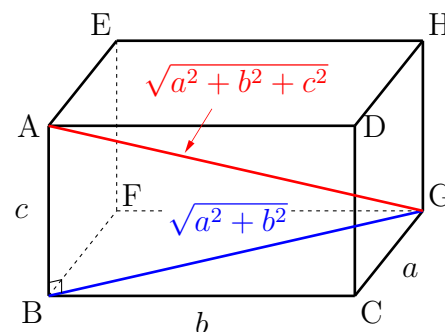
$$\left( \text{ただし } s = \frac{1}{2}(a+b+c) \right)$$



### 3.29 直方体の対角線

縦の長さ  $a$ 、横の長さ  $b$ 、高さ  $c$  の直方体の対角線の長さは、

$$\sqrt{(\sqrt{a^2 + b^2})^2 + c^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$



## 4 資料の活用

### 4.1 度数の分布

度数分布表

階級 (kg)	度数 (人)	相対度数
以上 未満		
45 ~ 50	1	0.05
50 ~ 55	4	0.20
55 ~ 60	8	0.40
60 ~ 65	5	0.25
65 ~ 70	2	0.10
計	20	1.00

**範囲 (レンジ)** 資料の最大の値と最小の値の差

**階級の幅** 区間の幅

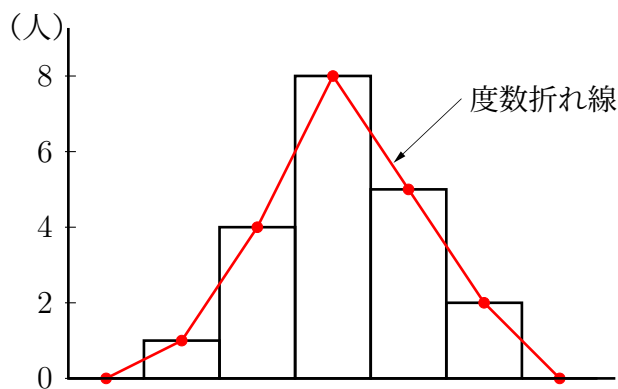
**階級値** 階級の中央の値

(階級 45~50kg の階級値は 47.5kg)

**相対度数**

$$\text{相対度数} = \frac{\text{その階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

### 4.2 ヒストグラム



**度数折れ線** ヒストグラムで、1つ1つの長方形の上の辺の中点を結んだもの

両端は度数0の階級があるものとする

### 4.3 平均値

資料の値から求める方法

$$\text{平均値} = \frac{\text{資料の値の合計}}{\text{資料の個数}}$$

度数分布表から求める方法

$$\text{平均値} = \frac{\{(\text{階級値}) \times (\text{度数})\} \text{の合計}}{\text{度数の合計}}$$

(上の度数分布表では、平均値は 58.25kg)

仮の平均を利用する方法

$$\text{平均値} = \frac{\{(\text{階級値} - \text{仮の平均}) \times (\text{度数})\} \text{の合計}}{\text{度数の合計}} + \text{仮の平均}$$

### 4.4 中央値 (メジアン)

資料の値を**大きさの順に並べたとき**、その**中央の値**のこと

**奇数個のデータの場合**

7 11 **25** 48 64

**中央値**

**偶数個のデータの場合**

2 5 **16 21** 72 99

**この平均が中央値**

### 4.5 最頻値 (モード)

資料の中で**最も多く現れる**数値

度数分布表では、**度数が最も大きい**階級の階級値

(上の度数分布表では、最も度数が大きいのは、55kg 以上 60kg 未満の階級であるから、最頻値は 57.5kg)

### 4.6 近似値と有効数字

**近似値** 測定などによって得た真の値に近い値

**誤差** (誤差) = (近似値) - (真の値)

**有効数字** 近似値の表す数のうち、信頼できる数字

0.1cm の目盛りが合ったものさしで長さを測り、測定値 (近似値) が 4.8cm だったとき、この近似値の 4.8 という数字は信頼できるので、有効数字は 4.8

**有効数字の表し方**

ある人の身長を 170cm と表したとき、この 170cm という数字は、単位が 1cm の測定器で測った結果なのか、それとも 167cm を四捨五入した値なのかで、どこまでが有効数字 (= 信頼できる) なのかが異なる

このようなとき、近似値を整数部分が 1 桁の数と 10 の累乗の積の形で表すと、有効数字が何桁なのか (= どの程度信頼できるか) がはっきりとわかるようになる

1cm 単位の測定器で測ったとき (有効数字が **3 桁**)

$$\rightarrow 1.70 \times 10^2 \text{cm}$$

10cm 単位の測定器で測ったとき (有効数字が **2 桁**)

$$\rightarrow 1.7 \times 10^2 \text{cm}$$

## 5 場合の数と確率

### 5.1 順列と組み合わせの違い

場合の数を求めるときは、いくつかのものからいくつかを選んで**並べる**のか (= 順列)、いくつかのものからいくつかを**選ぶ**のか (= 組み合わせ) を区別して考える

**順列** 順番を考える (= 並べる)

**組み合わせ** 順番を考えない (= 選ぶ)

A,B,C,D の 4 人がいて、この 4 人の席順を決めるときは、順番を考える (= 並べる) ので「**順列**」、4 人から 2 人の委員を決めるときは、順番を考えない (= 選ぶ) なので「**組み合わせ**」の数え方をする

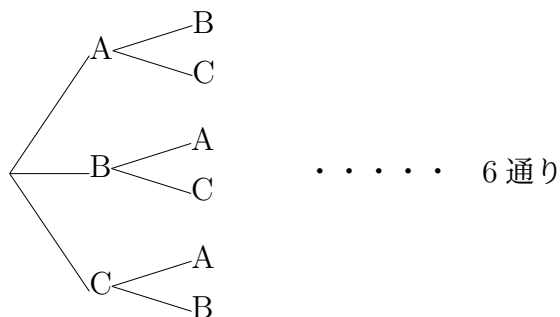
### 5.2 場合の数の求め方

漏れや重なりがないように数える

順番に注意して「規則的」に数えるのがコツ

**樹形図を書く**

(例) A, B, C の 3 枚のカードから 2 枚を取り出してならべる場合の数 (= 順列):



**列挙する**

(例) 1, 2, 3, 4 の 4 枚のカードから 3 枚を選ぶ場合の数 (= 組み合わせ):

(1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 3, 4), (2, 3, 4) ..... 4通り

**表にする**

(例) 大小 2 個のさいころを投げたとき、出た目の積が 4 の倍数になる場合の数:

小\大	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

..... 15通り

**計算で求める**

「樹形図を書く」方法において、それぞれ何か所の「枝分かれ」があるかを考えると、場合の数は「計算で求める」こともできる

上記の例では、1 枚目は A, B, C の 3 通り、2 枚目は、1 枚目のそれぞれについて 2 通りの場合があるので、全部の場合の数は、

$$3 \times 2 = 6$$

となる

### 5.3 確率

**確率とは**

「あることがら」がどれくらい**確**かに起こりうるのかを、割合・**率**であらわしたもの

$$\text{確率} = \frac{\text{あることがらの場合の数}}{\text{すべての場合の数}}$$

絶対起こらない確率 = 0

絶対起こる確率 = 1

**P が起こらない確率**

$$1 - p \quad (p: P \text{ が起こる確率})$$

**少なくとも 1 回以上 P が起こる確率**

$$1 - (\text{1 回も } P \text{ が起こらない確率})$$